Problema de Transporte

Investigación de Operaciones

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas
Dr. Víctor G. Alfaro-García

Del flujo de costo mínimo al transporte

Conexión con Semana 8

Semana 8 · Flujo de costo mínimo

- Red general (con trasbordos)
- Múltiples tipos de nodos
- Capacidades en cada arco
- Conservación de flujo nodo a nodo
- Estructura en Excel: lista de arcos
- Modelo más flexible y general

⊃

caso particular

Semana 9 · Transporte

- Red bipartita directa (sin trasbordos)
- Solo orígenes y destinos
- Sin capacidades por arco
- Balance: oferta total = demanda total
- Estructura en Excel: matriz m×n
- Más restringido, más eficiente en práctica

Transporte es un caso particular de flujo de costo mínimo: sin nodos intermedios y con matriz completa de rutas.

Componentes del modelo

Orígenes, destinos y matriz de costos

O

Orígenes (m)

Cada origen i tiene oferta s_i disponible. Ej: taller, planta, empacadora

D

Destinos (n)

Cada destino j tiene demanda d_j requerida. Ej: CEDIS, tienda, cliente

→

Rutas (m × n)

Cada ruta (i,j) tiene costo unitario c_{ij}. Flujo x_{ij}: variable de decisión

Notación estándar:

x_{ij}

Unidades enviadas del origen i al destino j (decisión)

c_{ij}

Costo unitario de la ruta (i,j) (dato fijo)

s_i

Oferta del origen i (dato fijo)

d_j

Demanda del destino j (dato fijo)

Principio fundamental: balance oferta–demanda

Cuando no se cumple, se usan nodos ficticios

Condición de balance:

$$\Sigma_i s_i = \Sigma_j d_j \rightarrow \text{oferta total} = \text{demanda total}$$

Caso balanceado

$\Sigma s_i = \Sigma d_j$

Modelo directo.
Resolver tal cual.

Oferta > demanda

$\Sigma s_i > \Sigma d_j$

Agregar destino ficticio con costo 0 que absorba el excedente.

Demanda > oferta

$\Sigma s_i < \Sigma d_j$

Agregar origen ficticio con costo 0: demanda insatisfecha.

Idea clave para el administrador

El balance es el primer diagnóstico. Si oferta y demanda no cuadran, el modelo sin ficticio es inconsistente y Solver reporta "no factible". Los ficticios no son un truco matemático opaco: representan producción no colocada o demanda no cubierta — decisiones reales de negocio.

Problema de clase: Muebles de Cuanajo, S.A. de C.V.

Planteamiento y datos

Planteamiento

La cooperativa "Muebles de Cuanajo" agrupa 3 talleres artesanales en la comunidad purépecha de Cuanajo, Michoacán, que producen juegos de comedor de madera. Este mes deben surtir a 4 centros de distribución (CDMX, Guadalajara, Monterrey, Tijuana) de una cadena nacional de mueblerías. El costo de flete por juego depende de la distancia y el estado de las carreteras. ¿Cuántos juegos enviar desde cada taller a cada CEDIS para minimizar el costo total de distribución?

Matriz de costos (MXN por juego) · oferta y demanda mensual (juegos):

Taller \ CEDIS	CDMX	GDL	MTY	TIJ	OFERTA s_i
Taller Norte	$850	$620	$1,950	$2,800	**120**
Taller Centro	$900	$580	$2,050	$2,900	**90**
Taller Sur	$950	$600	$2,100	$3,000	**70**
DEMANDA d_j	**100**	**80**	**60**	**40**	**280 ✓**

Oferta total = 280 juegos · Demanda total = 280 juegos → problema BALANCEADO ✓

Formulación matemática del modelo

Muebles de Cuanajo

Variables

x_{ij} = juegos enviados del taller i al CEDIS j

$i \in \{N, C, S\}$
(Norte, Centro, Sur)

$j \in \{1, 2, 3, 4\}$
(CDMX, GDL, MTY, TIJ)

12 variables

Función objetivo — Minimizar costo total:

$$\text{Min } Z = 850 \cdot xN_1 + 620 \cdot xN_2 + 1950 \cdot xN_3 + 2800 \cdot xN_4 + 900 \cdot xC_1 + 580 \cdot xC_2 + 2050 \cdot xC_3 + 2900 \cdot xC_4 + 950 \cdot xS_1 + 600 \cdot xS_2 + 2100 \cdot xS_3 + 3000 \cdot xS_4$$

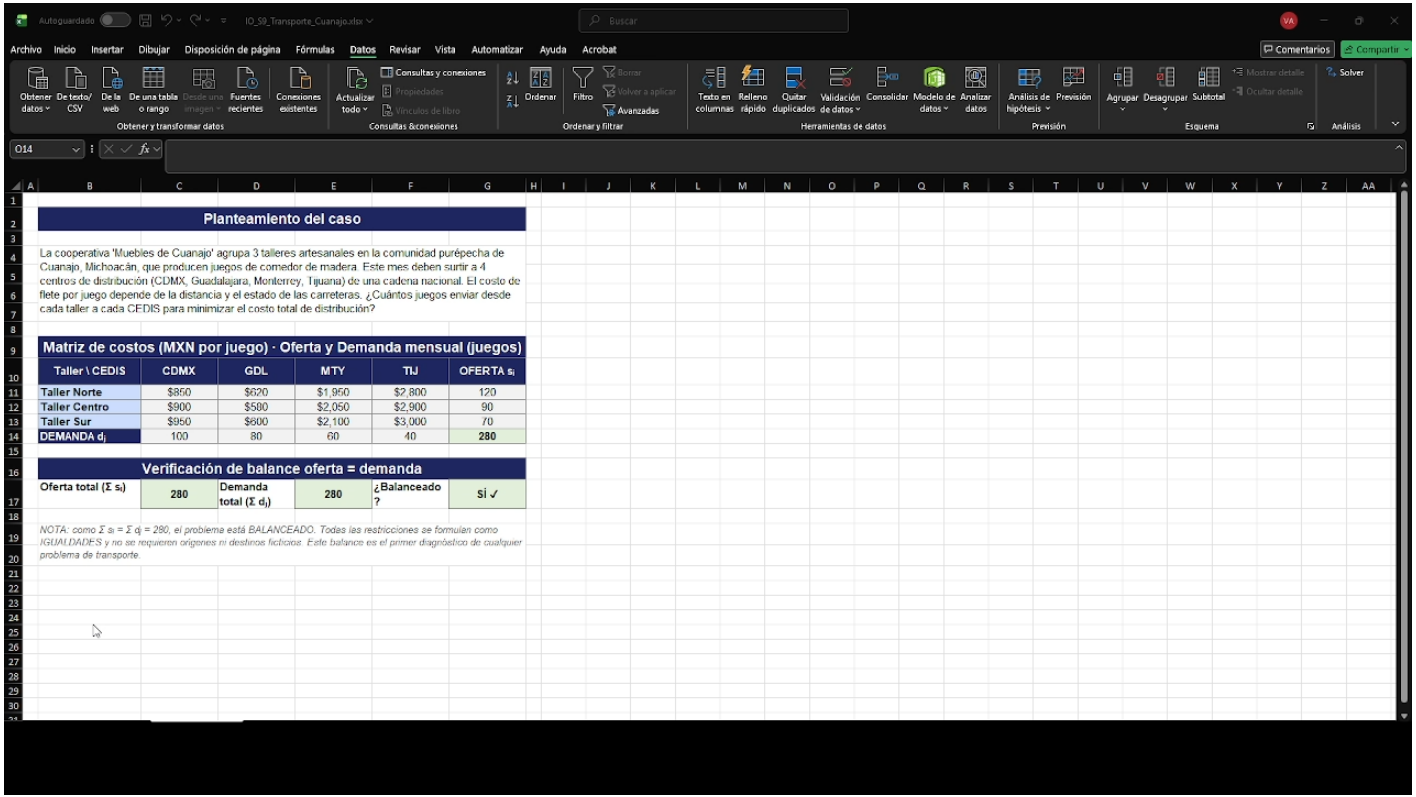
Restricciones

Oferta Norte:	$xN_1 + xN_2 + xN_3 + xN_4 = 120$	*(usa toda su producción)*
Oferta Centro:	$xC_1 + xC_2 + xC_3 + xC_4 = 90$	
Oferta Sur:	$xS_1 + xS_2 + xS_3 + xS_4 = 70$	
Demanda CDMX:	$xN_1 + xC_1 + xS_1 = 100$	*(satisfacer exactamente)*
Demanda GDL:	$xN_2 + xC_2 + xS_2 = 80$	
Demanda MTY:	$xN_3 + xC_3 + xS_3 = 60$	
Demanda TIJ:	$xN_4 + xC_4 + xS_4 = 40$	
No negatividad:	$x_{ij} \geq 0 \quad \forall\, i, j$	

Al ser balanceado ($\Sigma s_i = \Sigma d_j = 280$), todas las restricciones son de igualdad. Excel Solver lo resuelve directamente como PL.

Resolver con Excel Solver

Estructura matricial recomendada



Planteamiento del caso

La cooperativa 'Muebles de Cuanajo' agrupa 3 talleres artesanales en la comunidad purépecha de Cuanajo, Michoacán, que producen juegos de comedor de madera. Este mes deben surtir a 4 centros de distribución (CDMX, Guadalajara, Monterrey, Tijuana) de una cadena nacional. El costo de flete por juego depende de la distancia y el estado de las carreteras. ¿Cuántos juegos enviar desde cada taller a cada CEDIS para minimizar el costo total de distribución?

Matriz de costos (MXN por juego) · Oferta y Demanda mensual (juegos)

Taller \ CEDIS	CDMX	GDL	MTY	TIJ	OFERTA s_i
Taller Norte	$850	$620	$1,950	$2,800	120
Taller Centro	$900	$500	$2,050	$2,900	90
Taller Sur	$950	$600	$2,100	$3,000	70
DEMANDA d_j	100	80	60	40	**280**

Verificación de balance oferta = demanda

Oferta total (Σs_i)	**280**	Demanda total (Σd_j)	**280**	¿Balanceado ?	**Sí ✓**

NOTA: como $\Sigma s_i = \Sigma d_j = 280$, el problema está BALANCEADO. Todas las restricciones se formulan como IGUALDADES y no se requieren orígenes ni destinos ficticios. Este balance es el primer diagnóstico de cualquier problema de transporte.

Interpretar la solución óptima

Más allá de los números

Solución óptima (verificada)

Ruta	Flujo	Costo parcial
Norte → CDMX	**20**	$17,000
Norte → MTY	**60**	$117,000
Norte → TIJ	**40**	$112,000
Centro → CDMX	**80**	$72,000
Centro → GDL	**10**	$5,800
Sur → GDL	**70**	$42,000
TOTAL	**280**	**$365,800**

Rutas NO usadas: N→GDL, C→MTY, C→TIJ, S→CDMX, S→MTY, S→TIJ

Preguntas gerenciales clave

- ¿Qué talleres saturan su capacidad?
- ¿Qué CEDIS se atienden desde un solo taller?
- ¿Qué ruta aporta más al costo total?
- ¿Cuáles rutas conviene renegociar flete?
- ¿Qué pasa si la demanda de TIJ sube a 50?
- ¿Conviene abrir un taller adicional?

El informe de sensibilidad de Solver responde estas preguntas de forma cuantitativa — lo analizamos a continuación.

Análisis de sensibilidad — Variables de decisión

Rutas activas y rutas descartadas

$xN_1 = 20$ · Norte → CDMX · $850

Costo reducido = 0 → activa. El rango permisible es estrecho: sube hasta ~$900 antes de reasignarse. Es flujo "marginal": si sube poco, Centro absorbe CDMX.

$xN_2 = 0$ · Norte → GDL · $620

Costo reducido = $40 → no se usa. Tendría que bajar a $580 para entrar (empatar con Centro). Alternativa competitiva, no óptima.

$xN_3 = 60$ · Norte → MTY · $1,950

Costo reducido = 0 → activa. Norte es el único que surte Monterrey: ruta dominante. Solo Norte llega a MTY porque Centro y Sur son más caros.

$xC_3 = 0$ · Centro → MTY · $2,050

Costo reducido = $100 → no se usa. Norte domina MTY. Tendría que bajar a $1,950 para competir; hoy está $100 arriba.

$xC_2 = 10$ · Centro → GDL · $580

Costo reducido = 0 → activa. La ruta más barata del modelo. Variable "frontera": si sube su costo, Sur puede absorber parte de GDL.

$xS_1 = 0$ · Sur → CDMX · $950

Costo reducido = $50 → no se usa. Tendría que bajar a $900 para entrar. Sur está especializado en GDL (cercanía geográfica).

Análisis de sensibilidad — Restricciones y decisión gerencial

Oferta Taller Norte = 120 → Vinculante · Precio sombra ≈ $0

Norte usa toda su capacidad pero su dual es cero: más producción en Norte no reduce el costo total (sus rutas marginales están saturadas en destinos caros).

Oferta Taller Centro = 90 → Vinculante · Precio sombra ≈ −$50

Centro usa toda su capacidad. Cada juego adicional en Centro reduce el costo en $50: es el taller con mayor valor marginal de ampliación.

Oferta Taller Sur = 70 → Vinculante · Precio sombra ≈ −$30

Sur usa toda su capacidad. Cada juego adicional en Sur reduce el costo en $30. Amplía Sur antes que Norte.

Demanda CDMX = 100 → Vinculante · Precio sombra ≈ $850

Cada juego adicional que pida CDMX sube el costo en $850 (ruta N→CDMX en el margen).

Demanda GDL = 80 → Vinculante · Precio sombra ≈ $530

El destino más barato en el margen. Cada juego adicional a GDL sube el costo $530.

Demanda MTY = 60 / TIJ = 40 → Vinculantes · Precios sombra ≈ $1,950 / $2,800

Monterrey y Tijuana son los destinos más caros en el margen. Si suben demanda, el costo sube fuerte. Aquí es donde flete es el cuello.

CONCLUSIÓN GERENCIAL

Tres palancas reales: (1) ampliar Centro antes que Sur y Norte ($50 de ahorro por juego adicional). (2) Negociar flete a MTY y TIJ — es donde el dual duele más ($1,950 y $2,800 por juego marginal). (3) Si se pudiera diferir o redistribuir demanda de TIJ hacia GDL/CDMX, cada juego movido ahorraría hasta $2,270.

Casos desbalanceados

Mismo caso, dos variantes que rompen el balance

Variante A · Oferta > Demanda

→ Agregar DESTINO FICTICIO

Escenario: La cadena nacional reduce su pedido total a 250 juegos (baja TIJ de 40 a 10).

Oferta total: 280 | Demanda: 250

Exceso: 30 juegos

Solución:

Agregar destino ficticio con demanda = 30 y costo $0 desde todos los talleres.

Interpretación:

Los juegos "enviados" al ficticio son producción NO colocada — inventario ocioso en ese taller.

Decisión gerencial:

¿Qué taller conviene que "pierda" esos 30 juegos? Solver elige al que tenga menor valor marginal.

Variante B · Demanda > Oferta

→ Agregar ORIGEN FICTICIO

Escenario: Una temporada fuerte lleva la demanda total a 310 juegos (CDMX sube a 130).

Oferta total: 280 | Demanda: 310

Déficit: 30 juegos

Solución:

Agregar origen ficticio con oferta = 30 y costo $0 hacia todos los CEDIS (o costo alto = penalización).

Interpretación:

Los juegos "recibidos" del ficticio son DEMANDA INSATISFECHA en ese CEDIS.

Decisión gerencial:

¿A qué CEDIS le fallamos? Solver prioriza atender los más caros de servir primero.

El ficticio no es un truco matemático: es la forma honesta de modelar una decisión real de negocio (qué no vender / a quién fallar).

Resumen de la semana

Problema de transporte

1. El transporte es un caso particular del flujo de costo mínimo: bipartito, directo, sin trasbordos. Estructura matricial limpia en Excel.

2. El balance oferta = demanda es el primer diagnóstico. Si falla, el ficticio (origen o destino, según el caso) representa inventario ocioso o demanda insatisfecha.

3. La formulación es PL estándar. Excel Solver la resuelve en segundos con método Simplex LP. Verificación cruzada con Python/SciPy refuerza confianza.

4. El valor del administrador no está en calcular: está en leer el informe de sensibilidad y traducir precios sombra y costos reducidos en decisiones de capacidad, flete y servicio.