SEMANA 6

Aplicaciones y Consolidación de Programación Lineal

Investigación de Operaciones
Licenciatura en Administración

Dr. Víctor G. Alfaro-García
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Recapitulación: 5 Semanas de Programación Lineal

SEMANA 2: Formulación

SEMANA 3: Método Gráfico

SEMANA 4: Simplex Conceptual

SEMANA 5: Excel Solver

HOY INTEGRAMOS TODO:

- ✓ Casos complejos que requieren análisis estratégico
- ✓ Problemas de múltiples áreas empresariales
- ✓ Comunicación profesional de resultados
- ✓ Limitaciones de PL y cuándo NO usarla
- ✓ Preparación para examen parcial

Hillier & Lieberman: Capítulo 3, Sección 3.4

Objetivo de la Sesión

Desarrollar capacidad de análisis integral:

1. **Identificar cuándo un problema es de PL**
2. **Formular modelos completos y correctos**
3. **Interpretar resultados en contexto empresarial**
4. **Comunicar recomendaciones efectivamente**
5. **Reconocer cuándo PL NO es apropiada**

NO es memorizar algoritmos.
SÍ es pensar como optimizadores estratégicos.

ESTRUCTURA DE HOY:

- Caso 1: Planificación financiera (portafolio de inversiones)
- Caso 2: Logística y distribución multiproducto
- Caso 3: Recursos humanos y asignación de personal
- Discusión crítica: Limitaciones de PL
- Preparación para examen parcial

Caso 1: Optimización de Portafolio de Inversiones

CONTEXTO: Una administradora de fondos tiene $10 millones para invertir. Debe construir un portafolio que maximice rendimiento esperado, respetando restricciones de riesgo y regulatorias.

OPCIONES DE INVERSIÓN: Bonos gubernamentales (3% anual), Acciones blue chip (8%), Acciones tecnológicas (12%), Bienes raíces (10%), Capital privado (15%).

RESTRICCIONES EMPRESARIALES:

- Al menos 30% en inversiones de bajo riesgo (bonos y blue chip)
- Máximo 20% en capital privado (alta volatilidad)
- Al menos 15% en bienes raíces (diversificación)
- Máximo 25% en tecnológicas (concentración sectorial)
- Inversión mínima de $500,000 en cada clase de activo usada

DECISIÓN: ¿Cómo distribuir los $10 millones?

Adaptado de: Hillier & Lieberman, Cap. 3, Problema de planificación financiera

Caso 1: Formulación del Modelo

VARIABLES DE DECISIÓN:

x_1 = millones en bonos, x_2 = millones en blue chip, x_3 = millones en tech,
x_4 = millones en bienes raíces, x_5 = millones en capital privado

FUNCIÓN OBJETIVO (maximizar):

$$Z = 0.03x_1 + 0.08x_2 + 0.12x_3 + 0.10x_4 + 0.15x_5$$

RESTRICCIONES:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10$ (presupuesto total)
$x_1 + x_2 \geq 3$ (mínimo 30% bajo riesgo)
$x_5 \leq 2$ (máximo 20% capital privado)
$x_4 \geq 1.5$ (mínimo 15% bienes raíces)
$x_3 \leq 2.5$ (máximo 25% tecnológicas)
$x_i \geq 0.5$ si $x_i > 0$, o $x_i = 0$ (inversión mínima $500k)
$x_i \geq 0$ para todo i

⚠ La restricción de inversión mínima complica el modelo (lo hace entero-mixto)

Caso 1: Solución e Interpretación Estratégica

SOLUCIÓN ÓPTIMA (ejemplo):

Bonos: $2M • Blue Chip: $2.5M • Tecnológicas: $2.5M
Bienes Raíces: $1.5M • Capital Privado: $1.5M

Rendimiento esperado: 9.35% anual = $935,000

INTERPRETACIÓN PARA EL COMITÉ DE INVERSIONES:

✓ El portafolio cumple todas las restricciones regulatorias y de riesgo
✓ Diversificación balanceada: 45% renta fija/estable, 40% acciones, 15% alternativos
✓ Rendimiento esperado casi 3x superior a bonos puros (3%)
✓ Las restricciones de bajo riesgo y capital privado están activas (en su límite)
✓ Si se pudiera relajar la restricción de capital privado al 25%, el rendimiento subiría 0.3%

RECOMENDACIÓN: Implementar este portafolio. Revisar trimestralmente.

Caso 2: Planificación de Producción y Distribución

CONTEXTO: Una empresa de bebidas tiene 3 plantas de producción y 4 centros de distribución regionales. Debe decidir cuánto producir en cada planta y cómo distribuir a cada centro para minimizar costos totales (producción + transporte), satisfaciendo toda la demanda.

DATOS DEL PROBLEMA:

Norte: capacidad 5,000 u/mes
costo $8/unidad

Centro: capacidad 7,000 u/mes
costo $7/unidad

Sur: capacidad 4,000 u/mes

Centro A: 3,500 unidades
Centro B: 4,000 unidades
Centro C: 2,800 unidades
Centro D: 3,200 unidades

Total: 13,500 unidades

+ Costos de transporte variable

OBJETIVO: Minimizar costo total (producción + transporte)

Caso 2: Complejidad del Modelo de Transporte

Este problema tiene ESTRUCTURA especial que lo hace interesante:

VARIABLES DE DECISIÓN: 12 variables
X_{ij} = cantidad a enviar de planta i a centro j (3 plantas × 4 centros = 12 rutas)

Ejemplo: X_{12} = unidades enviadas de Planta Norte a Centro B

RESTRICCIONES DE CAPACIDAD
(una por planta):

Planta 1: $X_{11}+X_{12}+X_{13}+X_{14} \leq 5000$
Planta 2: $X_{21}+X_{22}+X_{23}+X_{24} \leq 7000$
Planta 3: $X_{31}+X_{32}+X_{33}+X_{34} \leq 4000$

RESTRICCIONES DE DEMANDA
(una por centro):

Centro A: $X_{11}+X_{21}+X_{31} = 3500$
Centro B: $X_{12}+X_{22}+X_{32} = 4000$
Centro C: $X_{13}+X_{23}+X_{33} = 2800$
Centro D: $X_{14}+X_{24}+X_{34} = 3200$

Total: 12 variables, 7 restricciones principales + no negatividad

Caso 2: Insights Gerenciales del Análisis

El valor real está en la INTERPRETACIÓN estratégica:

DESPUÉS DE RESOLVER CON SOLVER, PREGÚNTENSE:

✓ ¿Qué plantas están al máximo de capacidad?
✓ ¿Hay rutas que no se usan? ¿Por qué?
✓ ¿Cuánto costaría aumentar capacidad en cada planta? (precio sombra)
✓ ¿Vale la pena abrir una nueva planta?

EJEMPLO DE ANÁLISIS PROFUNDO:

Si la solución indica que Planta Centro opera al 100% de capacidad y tiene precio sombra de $2/unidad, significa que:

- Cada unidad adicional de capacidad en esa planta reduciría el costo total en $2
- Si expandir capacidad cuesta menos de $2/unidad, la inversión es rentable
- Esa planta es un cuello de botella en la red

Si algunas rutas tienen flujo cero, probablemente son ineficientes por alto costo de transporte.

Caso 3: Asignación Óptima de Personal

CONTEXTO: Un hospital necesita asignar 20 enfermeros a 4 turnos semanales. Cada enfermero tiene disponibilidad, preferencias, y niveles de experiencia diferentes. El hospital debe cumplir requisitos mínimos de personal por turno, maximizar satisfacción del equipo, y mantener calidad de atención.

RESTRICCIONES Y OBJETIVOS:

- Turno matutino: mínimo 6 enfermeros, al menos 2 senior
- Turno vespertino: mínimo 5 enfermeros, al menos 1 senior
- Turno nocturno: mínimo 4 enfermeros, al menos 1 senior
- Fin de semana: mínimo 7 enfermeros, al menos 2

OBJETIVOS:

- Maximizar satisfacción (preferencias)
- Minimizar horas extra
- Distribuir carga equitativamente
- Cada enfermero: máximo 48 horas/semana
- Al menos 1 día libre por semana

COMPLEJIDAD: Objetivos múltiples, restricciones cualitativas

Caso 3: Modelado de Objetivos Cualitativos

Desafío: ¿Cómo modelar 'satisfacción' matemáticamente?

SOLUCIÓN: Crear matriz de preferencias con puntuaciones

Cada enfermero califica cada turno en escala 1-10:
- **10 = turno altamente preferido**
- **5 = indiferente**
- **1 = turno muy indeseable**

Objetivo: Maximizar suma de puntuaciones de asignaciones realizadas

EJEMPLO DE FUNCIÓN OBJETIVO:

Maximizar: $Z = \sum_i \sum_j (p_{ij} \times x_{ij})$

Donde:
- p_{ij} = puntuación de preferencia del enfermero i por turno j
- x_{ij} = 1 si enfermero i se asigna a turno j, 0 en caso contrario

Esto convierte un objetivo cualitativo en optimización cuantitativa

Cuándo NO Usar Programación Lineal

Honestidad intelectual: PL es poderosa pero tiene LÍMITES claros:

❌ PL NO FUNCIONA CUANDO:

- **Las relaciones NO son lineales (economías de escala, rendimientos decrecientes)**
- **Las variables deben ser enteras (no puedes producir 2.7 aviones)**
- **Hay incertidumbre significativa (demanda aleatoria, fallas de equipo)**
- **Las decisiones son secuenciales e interdependientes en el tiempo**
- **Los objetivos son inherentemente no cuantificables**

ALTERNATIVAS CUANDO PL NO ES APROPIADA:

- Programación Entera/Binaria: para variables discretas
- Programación No Lineal: para relaciones no lineales
- Programación Estocástica: para manejar incertidumbre
- Simulación: para sistemas complejos con aleatoriedad
- Programación Dinámica: para decisiones secuenciales
- Heurísticas/Metaheurísticas: para problemas masivos sin solución exacta

Ejemplos: Cuándo PL No Es la Herramienta Correcta

❌ PROBLEMA 1:

"Optimizar inventario con demanda aleatoria"

Por qué falla PL: Demanda incierta requiere modelar probabilidad.

Usar en su lugar: Modelos estocásticos de inventario o simulación Monte Carlo.

❌ PROBLEMA 2:

"Decidir cuántos aviones comprar"

Por qué falla PL: No puedes comprar 3.7 aviones.

Usar en su lugar: Programación Entera (variables binarias/enteras).

❌ PROBLEMA 3:

"Optimizar precio considerando elasticidad de demanda"

Por qué falla PL: Relación precio-demanda es NO lineal.

Usar en su lugar: Programación No Lineal.

❌ PROBLEMA 4:

"Planificar expansión de capacidad a 10 años"

Por qué falla PL: Decisiones secuenciales interdependientes.

Usar en su lugar: Programación Dinámica o análisis de opciones reales.

Saber cuándo NO usar PL es tan importante como saber usarla

Comunicación Efectiva de Resultados de Optimización

Resolver el modelo es 50% del trabajo. Comunicar resultados es el otro 50%.

❌ MAL:

"La solución óptima es:
$x_1 = 250$
$x_2 = 180$
$x_3 = 95$
$Z = \$47,350$"

✓ BIEN:

"Recomendamos producir 250 unidades del Producto A, 180 del B, y 95 del C. Esto maximiza ganancia en $47,350 mensual, 23% más que el plan actual, usando completamente capacidad de Planta 2 (nuestro cuello de botella)."

ESTRUCTURA RECOMENDADA PARA REPORTES:

1. Resumen ejecutivo (1 párrafo): recomendación clave y beneficio principal
2. Contexto del problema: qué se optimizó y por qué importa
3. Solución propuesta: números principales en contexto empresarial
4. Análisis de sensibilidad: qué pasa si cambian supuestos clave
5. Restricciones activas: dónde están los cuellos de botella
6. Recomendaciones de acción: pasos concretos para implementar
7. Limitaciones: supuestos y riesgos del modelo

Examen Parcial 1: Programación Lineal

🗓️ **FECHA: Viernes de esta semana • DURACIÓN: 90 minutos • MODALIDAD: Online**

ESTRUCTURA DEL EXAMEN:

PARTE 1: FORMULACIÓN (40% del examen)

Se les presentará un problema empresarial en lenguaje natural.
Deben identificar variables, función objetivo, y restricciones.
No necesitan resolver, solo formular correctamente.

PARTE 2: RESOLUCIÓN CON SOLVER (40% del examen)

Se les dará un problema ya formulado.
Deben configurarlo en Excel Solver y resolverlo.
Entregarán archivo Excel funcional + capturas de reportes.

PARTE 3: INTERPRETACIÓN (20% del examen)

Se les darán resultados de Solver (solución + reporte sensibilidad).
Deben interpretar qué significan y hacer recomendaciones empresariales.

Consejos para el Examen

✓ QUÉ HACER:

• Leer el problema completo antes de empezar

• Identificar claramente qué se puede controlar (variables)

• Verificar que función objetivo tenga sentido

• Contar restricciones (¿están todas?)

• En Solver: verificar que modelo está bien configurado antes de resolver

• Interpretar resultados en contexto del problema original

• Administrar tiempo: 35 min Parte 1, 40 min Parte 2, 15 min Parte 3

❌ ERRORES COMUNES:

• Confundir variables con parámetros

• Olvidar restricciones de no negatividad

• Poner números directos en lugar de fórmulas en Solver

• No verificar que método sea Simplex LP

• Reportar solo números sin interpretación

• No revisar si solución tiene sentido lógico

• Dejar todo para el final (gestión de tiempo)

Practiquen con los ejercicios de las 5 semanas. El examen es similar.

Recursos y Actividades de la Semana 6

ACTIVIDADES ANTES DEL EXAMEN:

1. Resolver los 3 casos de hoy (portafolio, logística, personal)
2. Repasar problemas de Semanas 2-5
3. Practicar formulación sin resolver (enfoque en Parte 1)
4. Practicar configuración de Solver (enfoque en Parte 2)
5. Practicar interpretación de reportes de sensibilidad (enfoque en Parte 3)

RECURSOS DISPONIBLES:

- 📚 Lectura: Hillier & Lieberman, Cap. 3, Sección 3.4 (ejemplos adicionales)
- 📄 Exámenes de práctica con soluciones (en plataforma)
- 📹 Grabación de esta sesión (disponible mañana)
- 💬 Sesión de repaso grupal: Miércoles 6-8 PM
- 🕐 Horarios de consulta individual: Lunes a Jueves 4-6 PM
- ❓ Foro de dudas: respuestas en menos de 12 horas

¡Practiquen! El examen recompensa preparación, no memorización.

Cierre de Unidad: Programación Lineal

LO QUE DOMINAN AHORA:

✓ Formular problemas de optimización bajo restricciones
✓ Usar Excel Solver profesionalmente
✓ Interpretar resultados y análisis de sensibilidad
✓ Comunicar recomendaciones estratégicas
✓ Reconocer limitaciones de PL y cuándo usar otras herramientas

PRÓXIMA UNIDAD (Semana 7):
MODELOS DE REDES

- Problema de ruta más corta
- Flujo de costo mínimo
- Problemas de transporte y asignación
- Aplicaciones en logística y distribución

¿Dudas finales antes del examen?